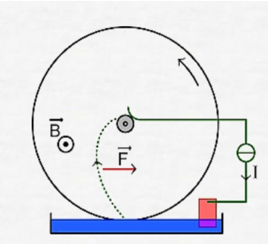
IND2 : Actions d'un champ magnétique

Après avoir présenté les différentes sources de champ magnétiques et analysé les symétries et invariances, nous nous intéresserons aux conséquences macroscopiques de la présence d'un champ magnétique sur les systèmes possédant un moment magnétique (circuits électriques traversés par un courant électrique ou aimants permanents). Pour cela, nous ferons intervenir la force de Lorentz (étudiée au chapitre MECA4), qui est responsable du mouvement de particules chargées dans un champ magnétique. Cette force prend une forme spécifique dans le cas d'un conducteur parcouru par un courant dans un champ magnétique, on parle de force de Laplace, elle est cruciale dans de nombreuses applications, comme le fonctionnement des moteurs (exemple ci-dessous : roue de Barlow), des haut-parleurs, la lévitation magnétique. Nous nous limiterons à des champs magnétiques uniformes à l'échelle de la taille des systèmes étudiés.



Plan du cours

À savoir par ♥

- ✓ Expression de la densité linéique de la force de Laplace dans le cas d'un élément de courant filiforme.
- ✓ Expression de la résultante des forces de Laplace dans le cas d'une barre conductrice placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire, et de sa puissance.
- ✓ Expression du moment du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique de la spire rectangulaire.

À savoir faire

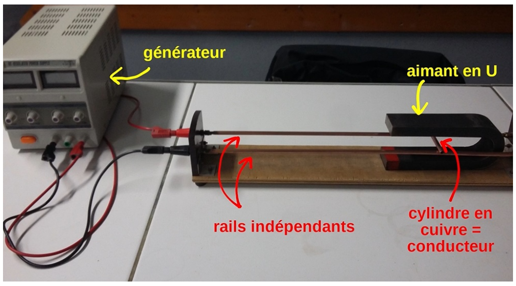
- ✓ Établir l'expression de la résultante des forces de Laplace dans le cas d'une barre conductrice placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire.
- ✓ Évaluer la puissance des forces de Laplace dans le cas des rails de Laplace.
- ✓ Établir l'expression du moment du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique de la spire rectangulaire.

I Force de Laplace

I.1 Observations expérimentales

Expérience de cours

On utilise le dispositif tiré du nom de Pierre-Simon de Laplace, mathématicien, astronome et physicien français (1749 - 1827). On place une tige cylindrique et conductrice sur deux rails conducteurs et horizontaux dans l'entrefer d'un aimant en U qui crée un champ magnétique stationnaire et (quasi) uniforme.



Q1. On fait circuler un courant permanent dans les barres et la tige. Qu'observe-t-on ?

Q2. On change le sens du courant. Qu'observe-t-on ?

Q3. On tourne l'aimant en U de 180°. Quelle grandeur modifie-t-on et comment ? Qu'observe-t-on ?

Q4. Résumer les facteurs dont semblent dépendre le phénomène observé.

I.2 Origine microscopique de la force de Laplace

On considère une portion de conducteur métallique, de longueur $\mathrm{d}\ell$, et de section S parcouru par un courant électrique d'intensité I constante, dû au déplacement des électrons libres, dont on note :

- n : la densité volumique (nombre d'électrons libres par m^3)
- $-e$: la charge portée par chacun
- v : la vitesse moyenne

Le champ magnétique $\overrightarrow{B}$ qui règne dans le conducteur est supposé homogène.

Démonstration :

Donner l'expression de la force de Lorentz subie par chaque charge :

Donner l'expression de la force de Lorentz subie l'ensemble des charges se trouvant dans un tronçon de conducteur de longueur $\mathrm{d}\ell$:

Faire le lien entre la vitesse des électrons et l'intensité I traversant une section S du conducteur : (ici I = valeur de l'intensité, le signe de l'intensité algébrique étant donné par le vecteur $\overrightarrow{v}$)

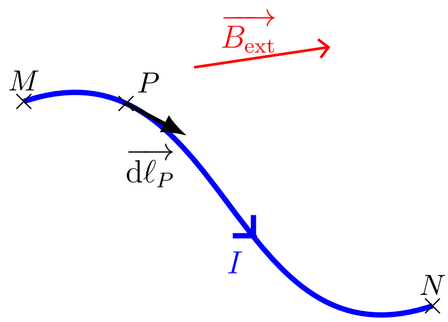
En déduire l'expression de la force subie par le tronçon de conducteur :

I.3 Force de Laplace

Définition

Force de Laplace :
Soit une portion MN d'un circuit filiforme fermé parcouru par un courant électrique I, plongée dans un champ magnétique extérieur $\overrightarrow{B_{\text{ext}}}$.

$\overrightarrow{\mathrm{d}\ell_P}$ est l'élément de longueur $\mathrm{d}\ell$ dans le sens du courant I, et tangent au conducteur en P.



L'élément de conducteur $\overrightarrow{\mathrm{d}\ell_P}$ au niveau du point P subit la force élémentaire de Laplace $\mathrm{d}\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}}(P)$:

$$\mathrm{d}\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}}(P) = I\overrightarrow{\mathrm{d}\ell_P} \wedge \overrightarrow{B_{\text{ext}}(P)}$$

Le fil conducteur MN subit la force de Laplace $\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}}$: $\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}} = \int_{P\in\widehat{MN}} \left(I\overrightarrow{\mathrm{d}\ell_P} \wedge \overrightarrow{B_{\text{ext}}(P)}\right)$

⚠ L'intégrale doit être calculée **dans le sens du courant**.

Remarques

- Si le conducteur plongé dans $\overrightarrow{B_{\text{ext}}}$ est fermé, alors on détermine la force de Laplace en intégrant sur tout son contour, et on note :

$$\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}} = \oint_{P\in\text{circuit fermé}} \left(I\overrightarrow{\mathrm{d}\ell_P} \wedge \overrightarrow{B_{\text{ext}}(P)}\right)$$

- Il ne faut pas confondre :
  - — Le champ magnétique propre créé par le circuit lui-même,

    et
  - — Le champ magnétique extérieur imposé au circuit par un élément extérieur.

$\star \quad \star \quad \star \quad \star \quad \star \quad \star$

  - — La force de Lorentz : force sur une particule chargée en mouvement dans $(\overrightarrow{E}, \overrightarrow{B})$,

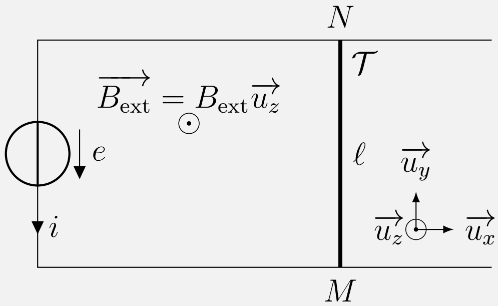
    et
  - — La force de Laplace : force sur un conducteur parcouru par un courant électrique plongé dans $\overrightarrow{B}$.

  (même si physiquement les deux ont la même origine)

II Barre conductrice en translation

Exercice de cours Ⓐ

Une tige $\mathcal{T}$, conductrice, de longueur ℓ est posée sur deux rails, eux aussi conducteurs, nommés rails de Laplace. L'ensemble forme un circuit électrique fermé, parcouru par un courant i, créé par un générateur de fem e.
Un champ magnétique extérieur uniforme et permanent $\overrightarrow{B_{\text{ext}}} = B_{\text{ext}}\overrightarrow{u_z}$, orthogonal au plan des rails règne dans tout l'espace.



Q1. Donner l'expression de la force de Laplace s'exerçant sur la barre $[MN]$ à l'aide d'une intégrale.

⚠ Les bornes de l'intégrale qui doivent être dans le sens du courant.

Q2. Montrer qu'on peut écrire cette force sous la forme $\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}} = i\overrightarrow{MN} \wedge \overrightarrow{B_{\text{ext}}}$.

Q3. Donner la direction de cette force.

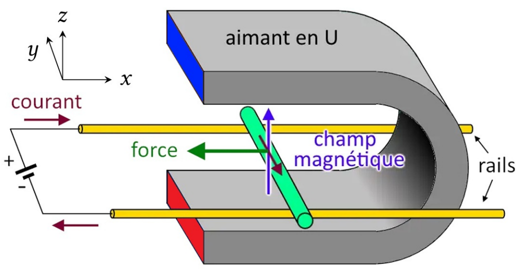
Q4. Exprimer $\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}}$ en fonction de i, ℓ et B_{ext} et $\overrightarrow{u_x}$, expliquer de quoi dépend son sens.

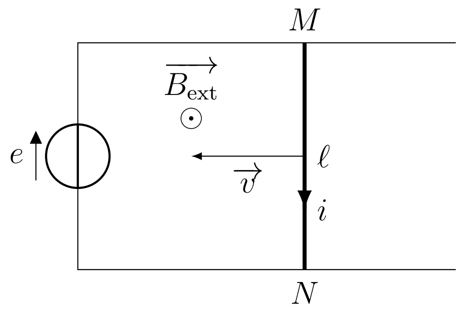
Q5. Rappeler l'expression de la puissance d'une force $\overrightarrow{F}$ s'exerçant sur un solide en translation.

Q6. Déterminer l'expression de la puissance de la force de Laplace s'exerçant sur la barre précédente.

Synthèse (barre en translation)

Soit une barre conductrice MN :
- parcourue par un courant i,
- posée sur deux rails parallèles (rails de Laplace),
- placée dans un champ magnétique extérieur uniforme, stationnaire et orthogonal à la barre





Résultante des actions de Laplace sur MN : $\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}} = i\overrightarrow{MN} \wedge \overrightarrow{B_{\text{ext}}}$

avec $\overrightarrow{MN}$ = vecteur dirigé dans le sens du courant i, de norme égale à la longueur ℓ de la tige

Puissance des actions de Laplace : $P_{\mathcal{L}} = \left(i\overrightarrow{MN} \wedge \overrightarrow{B_{\text{ext}}}\right) \cdot \overrightarrow{v}$

avec $\overrightarrow{v}$ = vecteur vitesse de la barre MN en translation rectiligne

Remarque

Dans le cas d'une tige rectiligne, le point d'application de la force de Laplace est le milieu de la portion de tige parcourue par le courant.

III Spire rectangulaire en rotation

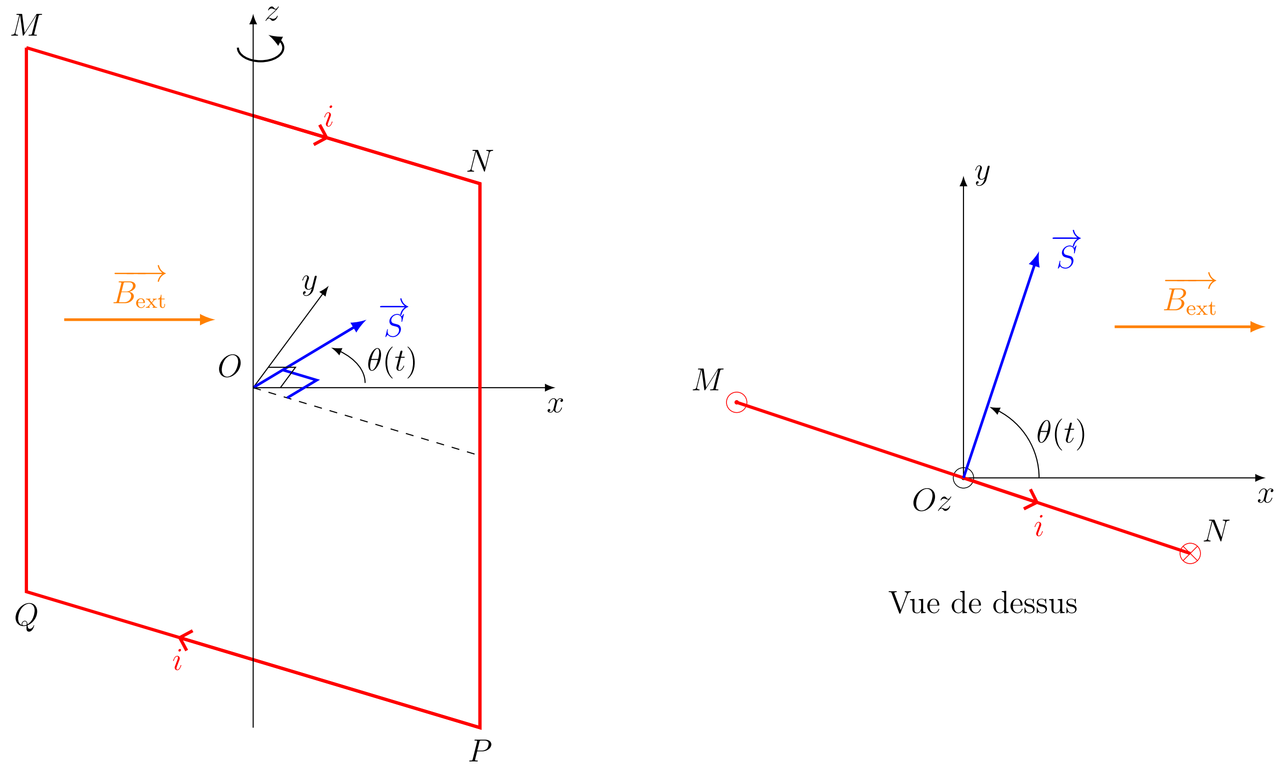
Dans l'expérience du rail de Laplace, seule une portion de circuit est mobile, le reste est fixe. C'est une situation idéalisée, qui ne correspond pas aux systèmes réels. Dans la pratique, on a plutôt des circuits électriques fermés et non déformables, mais mobiles en bloc. Cette partie mobile, que l'on retrouve dans les moteurs, s'appelle le rotor.

Expérience de filmée

Le plus simple des moteurs

Position du problème

On étudie une spire rectangulaire $MNPQ$ parcourue par un courant i, qui peut tourner autour de l'axe (Oz). On note $MN = PQ = a$, $NP = QM = b$ et $S = ab$.
La spire est plongée dans un champ magnétique $\overrightarrow{B_{\text{ext}}} = B_{\text{ext}}\overrightarrow{u_x}$ permanent et uniforme, créé par un environnement extérieur.



Résultante

Démonstration :
Suivre les étapes ci-dessous pour déterminer la résultante et le moment par rapport à O de l'action mécanique que subit la spire de la part du champ magnétique.

① Donner l'expression de la force de Laplace subie par chaque côté du cadre.

② Montrer que les 4 forces s'annulent deux à deux. Conclure.

Moment du couple

Démonstration :
Suivre les étapes ci-dessous pour établir l'expression du moment du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique de la spire rectangulaire.

① Exprimer le moment par rapport à O des actions mécaniques de Laplace subie par la spire.

Sur chaque portion de la spire, la force élémentaire $\mathrm{d}\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}}$ s'exerçant sur $\mathrm{d}\overrightarrow{\ell}$ est uniforme, indépendante de la position sur un côté donné de la spire. Ainsi, le moment de l'action de Laplace s'exerçant sur un côté peut être vu comme étant le moment de la résultante des forces s'exerçant au milieu de la portion considérée ($\rightarrow$ analogie avec le poids s'exerçant sur un solide).

② Utiliser la remarque ci-dessus pour réécrire les moments s'exerçant sur chaque portion.
Montrer que les moments des actions de Laplace s'exerçant sur $[MN]$ et $[PQ]$ sont nuls.
Calculer le moment des actions de Laplace s'exerçant sur $[NP]$ en fonction de i, a, b, B_{ext}, θ et $\overrightarrow{u_z}$. En déduire le moment s'exerçant sur $[QM]$.

③ En déduire le moment résultant des actions mécaniques de Laplace. L'écrire sous la forme d'un produit vectoriel entre le moment magnétique $\overrightarrow{m}$ et le champ magnétique extérieur $\overrightarrow{B_{\text{ext}}}$.

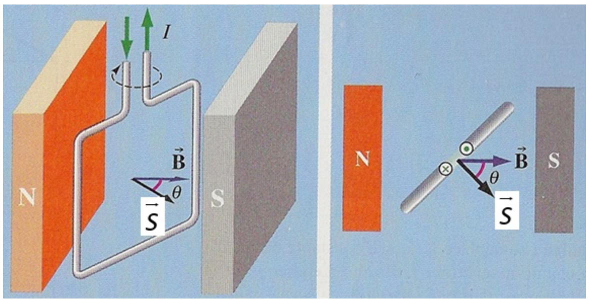
Puissance du couple

Démonstration :
Suivre les étapes ci-dessous pour établir l'expression de la puissance du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique de la spire rectangulaire.

① Rappeler l'expression de la puissance d'une action mécanique s'exerçant sur un solide en rotation autour d'un axe fixe.

② En déduire l'expression de la puissance des actions mécaniques de Laplace s'exerçant sur la spire étudiée précédemment.

Synthèse (cadre en rotation)



Les actions mécaniques de Laplace s'exerçant sur

— un cadre rectangulaire,
— en rotation autour d'un axe de symétrie $\Delta = (O;\overrightarrow{u_\Delta})$ de la spire passant par les deux milieux de côtés opposés, avec le vecteur de rotation $\overrightarrow{\Omega} = \omega\overrightarrow{u_\Delta} = \dot{\theta}\overrightarrow{u_\Delta}$,
— parcourue par un courant i,
— de moment magnétique $\overrightarrow{m} = i\overrightarrow{S}$,
— et placée dans un champ magnétique $\overrightarrow{B_{\text{ext}}}$ extérieur uniforme et stationnaire orthogonal à l'axe de rotation.

sont un **couple** : • de **moment :** $\overrightarrow{\Gamma_{\mathcal{L}}} = \overrightarrow{m} \wedge \overrightarrow{B_{\text{ext}}} = i\overrightarrow{S} \wedge \overrightarrow{B_{\text{ext}}}$

• de **puissance :** $\mathcal{P}_{\mathcal{L}} = \Gamma_{\mathcal{L}} \times \omega$

Remarque

Si le cadre en rotation est constitué de N spires identiques parcourues par le même courant d'intensité i, le moment s'écrit $\overrightarrow{\Gamma_{\mathcal{L}}} = N i \overrightarrow{S} \wedge \overrightarrow{B_{\text{ext}}}$.

IV Applications

IV.1 Action d'un champ magnétique extérieur sur un aimant : la boussole

En utilisant une boussole pour déterminer l'orientation d'un champ magnétique, nous faisons l'hypothèse qu'elle s'oriente dans la direction du champ. Nous allons montrer que cette hypothèse est justifiée.

Démonstration :

Suivre les étapes ci-dessous pour montrer l'action d'un champ magnétique sur une boussole.

① Faire un bilan des actions mécanique qui s'exercent sur la boussole. On supposera la liaison pivot parfaite.

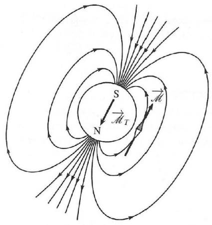
② On note θ l'angle entre la vecteur moment magnétique de la boussole $\overrightarrow{m}$ et le champ magnétique $\overrightarrow{B_{\text{ext}}}$. Déterminer les positions d'équilibre de la boussole.

③ En étudiant l'action du couple sur la boussole en cas de petite perturbation, déterminer laquelle des deux positions d'équilibre est stable, et laquelle est instable.

④ Étudier le mouvement au voisinage de l'équilibre stable.

Remarque

L'aiguille d'une boussole, constituée d'un petit aimant de moment magnétique $\overrightarrow{m}$ en surface de la planète, s'oriente spontanément sur le champ magnétique terrestre $\overrightarrow{B}_{\text{Terre}}$ (modélisé, en première approximation, par un moment magnétique placé au centre de la planète : il sort de la Terre par le pôle nord magnétique, situé au pôle sud géographique, et entre par le pôle sud situé au pôle nord géographique).



Ainsi, le pôle nord de l'aimant indique la direction du sud magnétique de la Terre, c'est à dire à peu près le pôle nord géographique. Les géographes parlent de pôle nord magnétique pour indiquer la position du pôle sud de l'aimant que constitue la Terre.

IV.2 Action d'un champ magnétique extérieur tournant : principe du moteur synchrone

Un dipôle magnétique va chercher à se rapprocher de la situation où son moment magnétique est aligné avec le champ $\overrightarrow{B}$, donc en faisant progressivement tourner le champ, on peut aussi faire tourner le dipôle.

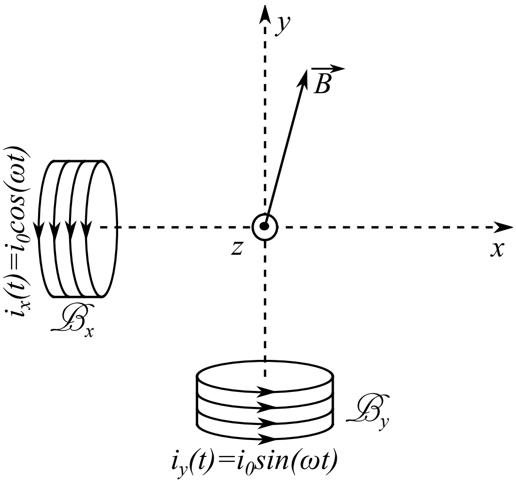
Définition

Champ tournant : Un champ tournant est un champ de norme constante tournant avec une vitesse angulaire ω_0 constante.

En réalité, on ne fait pas tourner le champ en tournant les aimants ou les bobines qui le créent, mais en alimentant simultanément plusieurs bobines, formant entre elles un angle, par des courants sinusoïdaux de même amplitude et de même fréquence, mais déphasés. Pour 2 bobines perpendiculaires, dont les courants sont déphasées de $\dfrac{\pi}{2}$

Expérience de cours

On réalise le dispositif ci-contre (le circuit permettant de créer les deux courants n'est pas représenté).
Deux bobines $\mathscr{B}_x$ et $\mathscr{B}_y$ identiques, d'axes orthogonaux entre eux, créent chacune un champ magnétique en O.
$\mathscr{B}_x$ crée le champ $\overrightarrow{B_x} = Ki_x(t)\overrightarrow{u_x} = Ki_0\cos(\omega t)\overrightarrow{u_x}$ et la bobine $\mathscr{B}_y$ crée le champ $\overrightarrow{B_y} = Ki_y(t)\overrightarrow{u_y} = Ki_0\sin(\omega t)\overrightarrow{u_y}$, avec K un facteur qui dépend de la géométrie des bobines.
Les champs des deux bobines s'ajoutent (principe de superposition) : $\overrightarrow{B} = \overrightarrow{B_x} + \overrightarrow{B_y}$
Les intensités circulant dans les deux bobines varient sinusoïdalement dans le temps, avec la même amplitude i_0 et la même pulsation ω. Les deux courants sont en quadrature de phase.
expérience filmée ici



Démonstration :

Suivre les étapes ci-dessous pour montrer l'action d'un champ magnétique tournant sur une boussole.

① Représenter le champ $\overrightarrow{B}$ aux instants $t = 0$; $t_1 = \dfrac{\pi}{4\omega}$; $t_2 = \dfrac{\pi}{2\omega}$; $t_3 = \dfrac{3\pi}{4\omega}$; $t_4 = \dfrac{\pi}{\omega}$; $t_5 = \dfrac{3\pi}{2\omega}$; $t_6 = \dfrac{2\pi}{\omega}$. Comment qualifier le champ ainsi créé ?

On place une aiguille aimantée (boussole) au centre O du dispositif précédent.

② Qu'observe-t-on ? Expliquer les observations en faisant le lien avec les paragraphes précédents.

Remarque

L'expérience précédente montre le principe d'un moteur synchrone, qui est constitué :

— d'un stator constitué de plusieurs bobines parcourus par des courants sinusoïdaux déphasés les uns par rapport aux autres ;

— d'un rotor constitué d'un aimant permanent ou d'un bobinage parcouru par un courant permanent pour engendrer un moment magnétique $\overrightarrow{m}$.

La vitesse de rotation du rotor est identique à la vitesse de rotation du champ magnétique tournant, c'est pour cela qu'on parle de moteur synchrone.