

IND3 : Lois de l'induction et applications

Dans le chapitre IND2, nous avons vu qu'un courant crée un champ magnétique. Réciproquement, un champ magnétique peut aussi créer un courant : c'est le phénomène d'induction, qui est l'objet de ce chapitre.

Plan du cours

I	Lois de l'induction	2	
	I.1 Observations expérimentales	2	II.1 Auto-induction 8
	I.2 Loi de Modération de Lenz	3	II.2 Inductance mutuelle 13
	I.3 Loi de Faraday	4	II.3 Applications 18
II	Circuit fixe dans \vec{B} variable	8	III Circuit mobile dans \vec{B} stationnaire 19
			III.1 Méthode 19
			III.2 Conversion mécanique \rightarrow électrique 20
			III.3 Conversion électrique \rightarrow mécanique 25

À savoir par

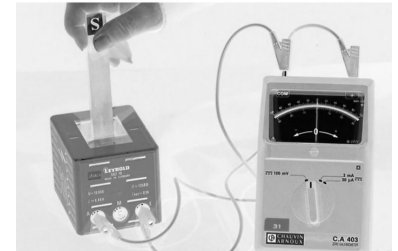
- ✓ Loi de modération de Lenz.
- ✓ Loi de Faraday (avec les conventions d'algébrisation)
- ✓ Flux magnétique à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté.
- ✓ Définir le flux propre et l'inductance propre.
- ✓ Connaître l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur.
- ✓ Définir l'inductance mutuelle entre deux bobines.
- ✓ Connaître des applications dans le domaine de l'industrie et de la vie courante (circuit fixe dans \vec{B} variable et circuit mobile dans \vec{B} fixe).

À savoir faire

- ✓ Décrire, réaliser et interpréter des expériences illustrant les lois de Lenz et de Faraday.
- ✓ Évaluer le flux du champ magnétique uniforme à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté plan.
- ✓ Utiliser la loi de Lenz pour prédire ou interpréter les phénomènes physiques observés.
- ✓ Utiliser la loi de Faraday en précisant les conventions d'algébrisation.
- ✓ Différencier le flux propre des flux extérieurs.
- ✓ Utiliser la loi de modération de Lenz en présence d'auto-induction.
- ✓ Conduire un bilan de puissance et d'énergie dans un système siège d'un phénomène d'auto-induction en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent.
- ✓ Déterminer l'inductance mutuelle entre deux bobines de même axe de grande longueur en « influence totale ».
- ✓ En présence d'induction mutuelle, établir le système d'équations en régime sinusoïdal forcé en s'appuyant sur des schémas électriques équivalents.
- ✓ Conduire un bilan de puissance et d'énergie dans un système siège d'un phénomène d'induction mutuelle en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent.
- ✓ Expliquer l'origine des courants de Foucault.
- ✓ Expliquer le principe de fonctionnement d'un haut-parleur électrodynamique dans la configuration simplifiée des rails de Laplace.

I Lois de l'induction

I.1 Observations expérimentales



👁 Expérience de cours

Mouvement d'un aimant par rapport à une bobine :

- Q1. Une bobine est reliée à un voltmètre. Qu'observe-t-on, quand on approche le pôle de l'aimant de la bobine ?
- Q2. Comment cet effet est-il modifié si la vitesse d'approche augmente ?
- Q3. Que se passe-t-il si on intervertit les pôles de l'aimant ? et si on change de sens de déplacement ?
- Q4. Que se passe-t-il quand l'aimant reste immobile par rapport à la bobine ?



Remarque

En réalisant cette expérience avec un circuit fermé incluant un ampèremètre, on mesure un courant induit (au lieu d'une tension induite), dont le signe dépend de l'orientation de l'aimant et de son déplacement (sens et vitesse). Ce courant induit peut éventuellement se superposer à un courant qui existerait déjà dans le circuit.



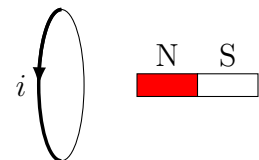
Définition

Induction électromagnétique : Phénomène qui se manifeste par l'apparition d'un courant dans un circuit fermé (ou d'une tension aux bornes d'un circuit ouvert) sans qu'il n'y ait de générateur à l'intérieur du circuit, lorsque :

- le circuit est fixe dans un champ magnétique dépendant du temps → partie II
- le circuit est mobile (ou déformable) dans un champ magnétique stationnaire → partie III (ou une combinaison des 2 : hors programme)

👁 Expérience de cours

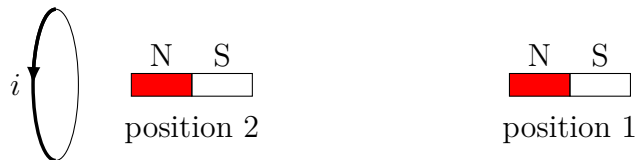
On considère un aimant et un circuit conducteur. On mesure l'intensité i circulant dans le circuit à l'aide d'un ampèremètre branché de sorte à mesurer l'intensité définie sur le schéma (i entre par la borne mA et sort par la borne COM). Noter les observations :



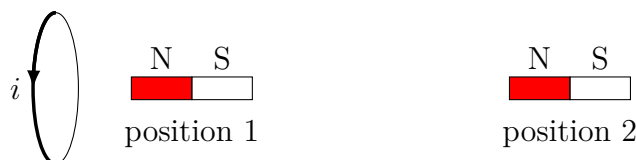
Situation	Courant mesuré
L'aimant et le circuit sont immobiles	
Le circuit est immobile et on approche le pôle nord de l'aimant	
Le circuit est immobile et on éloigne le pôle nord de l'aimant	
L'aimant est immobile et on approche le circuit du pôle nord	
L'aimant est immobile et on éloigne le circuit du pôle nord	

Interprétation :

- Q1. Comment est orienté le champ magnétique autour d'un aimant droit ? Que dire de son intensité ?
- Q2. Comment évolue le champ magnétique ressenti par la spire lorsqu'on approche l'aimant ? Indiquer sur le schéma ci-dessous la variation du champ magnétique ressenti lors de l'approche de l'aimant.



- Q3. Indiquer sur le schéma ci-dessus, le signe du courant i observé. En déduire le champ magnétique induit \vec{B}_{induit} (créé par i) ? Le représenter également sur le schéma.
- Q4. Comparer le sens du champ magnétique induit et le sens de la variation du champ magnétique ressenti lors de l'approche de l'aimant.
- Q5. Reprendre les trois questions précédentes dans le cas où on éloigne l'aimant.



I.2 Loi de Modération de Lenz

Loi de modération de Lenz

Les effets produits par un phénomène d'induction s'opposent toujours aux causes qui leur ont donné naissance.

Remarques

- Dans le cas d'un champ magnétique variable, le champ créé par le courant induit lui-même s'oppose à la variation de champ initial.
- Dans le cas d'un circuit mobile, les forces de Laplace dues au courant induit s'opposent au mouvement initial du circuit.

💣 Exercice de cours (A)

On reprend la même expérience que précédemment. L'aimant est toujours approché par la droite de la spire, mais par son pôle Sud, et l'intensité du courant est toujours définie dans le même sens.

- Q1. Prédire le signe du courant induit dans la spire si on approche le pôle Sud de l'aimant. Justifier avec un schéma.
- Q2. Prédire le signe de i si on éloigne l'aimant, le pôle Sud étant du côté de la spire. Justifier avec un schéma.

1.3 Loi de Faraday

a) Flux magnétique

💡 **Rappel :** Lorsqu'on considère une spire, ou tout autre contour fermé, on définit une surface s'appuyant sur ce contour fermé, et une orientation sur ce contour. Cette orientation est arbitraire, elle fixe la direction du vecteur surface $\vec{S} = S\vec{n}$ (par la règle de la main droite).

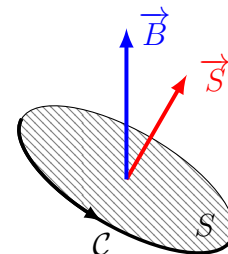
Si on est amené à considérer un courant, celui-ci sera positif s'il circule dans le sens d'orientation du contour (négatif en sens contraire).

♥ Définition

Flux d'un champ magnétique \vec{B} uniforme à travers une surface S orientée, de vecteur surface \vec{S} :

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S}$$

Unité : Weber, Wb ($1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2 = 1 \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-1}$)



Si le flux du champ magnétique traverse N spires identiques (chacune de vecteur surface \vec{S}), alors le flux vaut :

$$\Phi_N = N\Phi_{1 \text{ spire}} = N\vec{B} \cdot \vec{S}$$



Remarques

- Le flux magnétique représente la « quantité » de champ magnétique qui traverse la spire, elle est maximale si le champ est orthogonal à la spire (= colinéaire avec le vecteur surface), nulle si il est dans le plan de la spire (= orthogonal au vecteur surface).
- Le flux magnétique est une **grandeur algébrique**, et peut donc être positif ou négatif. Le signe dépend du choix d'orientation de la surface (et donc de l'orientation du contour sur lequel la surface repose), par rapport au sens du champ magnétique.
- Si le champ magnétique n'est pas uniforme au niveau de la surface S , le flux se calcule à l'aide d'une double intégrale sur la surface :

$$\Phi = \iint_{M \in S} \vec{B}(M) \cdot d\vec{S} = \iint_{M \in S} \vec{B}(M) \cdot \vec{n} \, dS$$

★ Méthode : Calculer un flux magnétique

Soit un circuit filiforme plan plongé dans un champ magnétique uniforme. Pour calculer le flux du champ magnétique uniforme à travers ce circuit :

- ① **AVANT TOUTE CHOSE : Orienter le circuit.** Indiquer le sens choisi par une flèche sur le circuit.
- ② Définir le vecteur surface \vec{S} , perpendiculaire au plan du circuit orienté à partir du sens du circuit par « la règle de la main droite » et de norme égale à l'aire du circuit.
- ③ Calculer le produit scalaire $\vec{B} \cdot \vec{S}$
- ③ Si le circuit est constitué de N spires identiques, le flux au travers le circuit est égal à N fois le flux calculé précédemment au travers une spire.



Application directe :

Déterminer l'expression du flux du champ magnétique en fonction de la norme du champ magnétique, notée B , et la surface S .

Φ				
Φ				

b) Force électromotrice induite

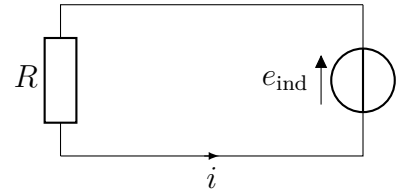
La spire est un circuit électrique, que l'on doit pouvoir modéliser comme n'importe quel circuit électrique à l'aide des lois de l'électrocinétique. Dans la spire, le phénomène d'induction se manifeste par :

- la génération d'un courant induit lorsque le circuit est fermé
- l'apparition d'une différence de potentiel lorsque le circuit est ouvert
- comportement d'une source de tension appelée **force électromotrice induite** e_{ind}

Cette fem induite est répartie sur toute la longueur du circuit siège du phénomène d'induction, mais pour en tenir compte dans les lois de l'électricité, on la représente par une source idéale de tension localisée en un point du circuit, et on l'oriente dans le même sens que celui défini par l'intensité du courant induit.

La spire ayant une certaine résistance (même petite), le schéma électrique équivalent est alors une maille composée de R et de la source e_{ind} , et on a :

$$i = \frac{e_{\text{ind}}}{R}$$



c) Loi de Faraday



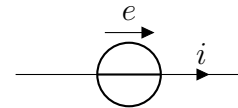
Loi de Faraday (1831)

Le courant induit dans un circuit fermé siège d'un phénomène d'induction est égal à celui que produirait un générateur fictif, dit générateur induit, de force électromotrice (fem) e_{ind} :

$$e_{\text{ind}} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

- avec :
- Φ le flux de \vec{B} à travers la surface s'appuyant sur le circuit,
 - e_{ind} la fem induite en Volt (V)

La flèche de la tension de la fem induite est dans le même sens que la flèche du courant induit d'intensité i qui oriente le circuit :



Remarques

- Ce sont les variations de flux de champ magnétique qui sont à l'origine des courants induits et non les flux de champ magnétique : un fil relié sur lui-même posé sur une table est traversé par le flux du champ magnétique terrestre mais aucun courant n'y circule.
- Pour faire varier le flux, on peut faire varier la surface du circuit et/ou le champ magnétique au cours du temps. On distinguera :
 - les phénomènes mettant en jeu des circuits mobiles/ déformables dans des champs magnétiques uniformes → induction de Lorentz
 - les phénomènes mettant en jeu de circuit indéformables et fixes dans des champs magnétiques variables → induction de Neumann (expérience aimant + spire)
- Lorsqu'un courant induit apparaît dans un circuit, il devient source d'un champ magnétique \vec{B}_{ind} appelé champ magnétique induit. La loi de Faraday s'entend avec le flux du champ magnétique total, c'est-à-dire comprenant le champ magnétique induit. Le phénomène est donc complexe car les conséquences rétroagissent sur les causes. Cependant, dans la plupart des problèmes, nous considérerons que le champ magnétique induit est négligeable devant les autres sources de champ magnétique.
- Il ne faut surtout pas oublier le \ominus devant la dérivée du flux (→ loi de Lenz : les courants induits s'opposent par leurs effets à les causes qui les produit).

★ Méthode : appliquer la loi de Faraday

- ① **AVANT TOUTE CHOSE : Orienter le circuit.** Indiquer le sens choisi par une flèche sur le schéma.
- ② Exprimer le flux Φ du champ magnétique à travers le circuit
- ③ Écrire la loi de Faraday pour exprimer la fem induite e_{ind}
- ④ Représenter le circuit étudié siège de l'induction en ajoutant dans le circuit la fem induite dans le sens d'orientation choisi à l'étape ①

💣 Exercice de cours (B) : Spire dans un champ magnétique

On considère une spire circulaire de rayon a plongée dans un champ magnétique $\vec{B} = \vec{B}_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ incliné d'un angle α par rapport à l'axe de la spire (\perp plan de la spire et passant par son centre).

- Q1. Faire un schéma et exprimer le flux du champ magnétique à travers la spire.
- Q2. Exprimer la fem induite.
- Q3. Faire le schéma électrique équivalent si la spire est de résistance R et exprimer l'intensité $i(t)$ dans la spire.
- Q4. Vérifier la cohérence sur $i(t)$ avec la loi de Lenz.

II Circuit fixe dans un champ magnétique variable

II.1 Auto-induction

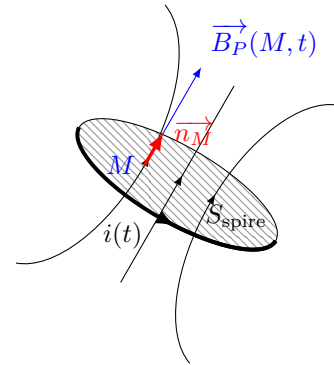
a) Flux propre

♥ Définition

On considère une spire plane parcourue par un courant i , ce courant électrique i crée un champ magnétique, appelé **champ propre**, noté \vec{B}_P (\rightarrow chapitre 22). Les lignes du champ \vec{B}_P traversent le circuit qui lui a donné naissance.

Flux propre : c'est le flux du champ magnétique propre à travers le circuit qui lui a donné naissance :

$$\Phi_P = \iint_{M \in S_{\text{spire}}} \vec{B}_P(M, t) \cdot d\vec{S}_M$$



Remarques

— Il ne faut pas confondre :

- et
- Le **champ propre** = champ créé par le courant qui circule dans le circuit étudié
 - Le **champ extérieur** = champ créé par un système extérieur au circuit étudié

* * * * *

- Le **flux propre** du champ propre à travers le circuit : $\Phi_P = \iint_{M \in S} \vec{B}_P(M, t) \cdot d\vec{S}_M$

- et
- Le **flux extérieur** du champ extérieur à travers le circuit : $\Phi_{\text{ext}} = \iint_{M \in S} \vec{B}_{\text{ext}}(M, t) \cdot d\vec{S}_M$

— Le **flux total** qui traverse le circuit est égal au flux propre plus le flux extérieur :

$$\Phi_{\text{tot}} = \Phi_P + \Phi_{\text{ext}}$$

b) Inductance propre



Rappel : Le champ magnétique propre est proportionnel au courant électrique i qui lui a donné naissance, que l'on peut traduire par $\vec{B}_P(M, t) = k(M)i(t)\vec{n}_M$.

$$\text{Ainsi } \Phi_P = \iint_{M \in S_{\text{spire}}} \vec{B}_P(M, t) \cdot d\vec{S}_M = \iint_{M \in S_{\text{spire}}} k(M)i(t)\vec{n}_M \cdot d\vec{S}_M$$

i étant le même en tout point de la spire plane (en absence de nœud), on a :

$$\Phi_P = \underbrace{\iint_{M \in S_{\text{spire}}} k(M)\vec{n}_M \cdot d\vec{S}_M}_{\text{coeff. qui ne dépend que de la forme du circuit}} \times i(t)$$

♥ Définition

Inductance propre : On appelle inductance propre (ou auto-inductance), notée L , le coefficient de proportionnalité entre le flux propre du champ magnétique créé par ce circuit et l'intensité qui le parcourt :

$$\Phi_P = L i$$

L est une constante toujours positive, qui ne dépend que de la géométrie de la bobine, on l'exprime en Henry (H).

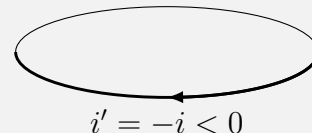
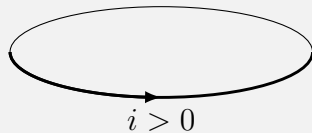


Remarque

Le choix de l'orientation du circuit n'a pas d'influence sur le signe de l'inductance propre.

🔪 Application directe :

Représenter le champ propre et le vecteur surface dans les 2 cas suivants. Déterminer le signe de Φ_P . Conclure sur le signe de L .



★ Méthode : Calcul d'une inductance propre

- ① Orienter le circuit (comme dans tout exercice d'induction !)
- ② Exprimer le champ magnétique propre \vec{B}_P créé par une telle bobine.
- ③ Exprimer le flux $\Phi_{1 \text{ spire}}$ du champ à travers une spire de la bobine.
- ④ En déduire le flux propre φ_P du champ magnétique propre à travers les N spires de la bobine : $\Phi_P = N \times \Phi_{1 \text{ spire}}$.
- ⑤ En déduire l'expression, puis la valeur, de l'inductance propre L telle que $\Phi_P = L i$.

🔪 Démonstration : Inductance propre d'une bobine longue

On considère une bobine longue de longueur ℓ , constituée de N spires de rayon a et parcourue par un courant d'intensité i . Suivre les étapes ci-dessous pour déterminer son inductance propre.

Q1. Faire un schéma et orienter le circuit. Indiquer notamment le vecteur surface \vec{S} d'une spire de la bobine.

Q2. Rappeler le champ magnétique propre créé par la bobine.

Q3. Exprimer le flux du champ magnétique propre à travers une spire de la bobine.

Q4. En déduire le flux propre à travers les N spires de la bobine.

Q5. En déduire l'expression de l'inductance propre.

Q6. Faire l'application numérique pour : $N = 1000$; $a = 1 \text{ cm}$; $\ell = 10 \text{ cm}$.

Donnée : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$

c) Modélisation électrique

Tout circuit traversé par un courant d'intensité $i(t)$ dépendant du temps donne naissance au champ propre \vec{B}_P , et donc à un flux propre $\Phi_P(t) = Li(t)$ à travers le circuit qui dépend du temps.

Il se produit alors un phénomène d'induction, appelé **auto-induction** : la variation du flux propre donne naissance à un courant qui s'oppose à la modification du flux propre. Ce courant est celui que fournirait un générateur de fem donnée par la loi de Faraday.

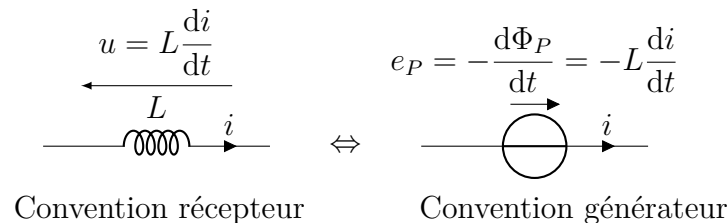
La fem induite s'appelle alors la **fem auto-induite**, qui s'exprime avec la loi de Faraday.

♥ Définition

fem auto-induite : Tout circuit traversé par un courant d'intensité i dépendant du temps est siège d'un **phénomène d'auto-induction**, il faut alors ajouter dans le circuit électrique étudié un générateur fictif (auto-induit) de **fem auto-induite** donnée par la loi de Faraday :

$$e_P = -\frac{d\Phi_P}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

orientée en convention générateur avec le courant i .

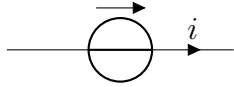


Remarques

- Tout circuit parcouru par un courant variable est le siège d'un phénomène d'auto-induction et on devrait ajouter une fem auto-induite dans tous les circuits. En pratique, cette fem auto-induite est négligeable dès lors que le circuit n'est constitué que d'une seule spire, car L est très faible dans ce cas-là. C'est le cas des circuits en l'absence de bobine.
- Dans le cas où une bobine constituée d'un grand nombre de spires est présente dans le circuit, il faut prendre en compte l'auto-induction, car $L \propto N^2$ n'est alors pas négligeable.

- Si le circuit est de plus plongé dans un champ magnétique extérieur \vec{B}_{ext} variable, il faut alors ajouter le flux extérieur supplémentaire : $\Phi_{\text{tot}} = \Phi_P + \Phi_{\text{ext}}$. La fem induite dans le circuit s'écrit alors :

$$e = -\frac{d\Phi_{\text{tot}}}{dt} = -\frac{d\Phi_P}{dt} - \frac{d\Phi_{\text{ext}}}{dt} = -L\frac{di}{dt} - \frac{d\Phi_{\text{ext}}}{dt}$$

$$e = -\frac{d\Phi_{\text{tot}}}{dt} = -L\frac{di}{dt} - \frac{d\Phi_{\text{ext}}}{dt}$$


★ Méthode


Pour étudier un circuit filiforme fixe placé dans \vec{B} dépendant du temps, il faut :

- ① Orienter le circuit (choix du sens de la flèche de i).
- ② Exprimer le flux du champ magnétique (en distinguant flux propre Φ_P et flux extérieur Φ_{ext}).
- ③ Exprimer la fem induite e ($e = e_p + e_{\text{ext}}$) en utilisant la loi de Faraday.
- ④ Représenter le schéma électrique équivalent, constitué des éléments réellement présents dedans (résistances, GBF, condensateurs, ...) auxquels on ajoute la fem induite en convention générateur par rapport à i .
- ④ Établir l'équation électrique en utilisant la loi des mailles.

🔪 Application directe :

On considère une bobine alimentée par un générateur de fem constante E à travers une résistance R . La bobine est d'inductance propre L et de résistance r . À $t = 0$ on ferme l'interrupteur.

- Q1. Lors de la fermeture de l'interrupteur, quel phénomène se produit au niveau de la bobine ?
- Q2. En suivant la méthode précédente, établir l'équation différentielle vérifiée par i .
- Q3. Commenter en lien avec la loi de Lenz.

 **Expérience de filmée**

| Expérience de retard à l'allumage

d) Aspects énergétiques **Méthode : Bilans de puissance et d'énergie****Comment réaliser un bilan de puissance ?**

- ① Représenter le circuit électrique équivalent du circuit siège du phénomène d'auto-induction.
- ② Écrire la loi des mailles.
- ③ Multiplier la loi des mailles par l'intensité i du courant.
- ④ Interpréter les différents termes.

Comment réaliser un bilan d'énergie ?

- ⑤ Multiplier le bilan de puissance par dt , puis l'intégrer sur la durée souhaitée.

 **Application directe :**

Établir le bilan de puissance du circuit précédent et interpréter les différents termes.

 **Démonstration :**

Donner l'expression de la puissance électrique instantanée reçue par une bobine, puis en déduire l'énergie emmagasinée.

 **Formule****Énergie emmagasinée dans une bobine :**

Un circuit d'inductance L , parcouru par un courant i , et siège du phénomène d'auto-induction, emmagasine l'énergie :

$$E_{\text{mag}} = \frac{1}{2} L i^2$$

avec : L = inductance en H

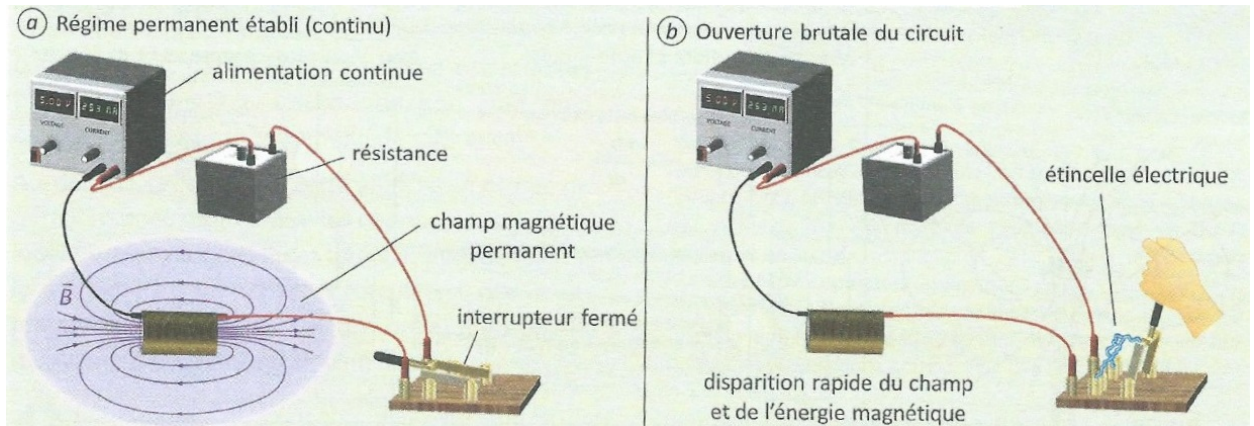
i = intensité du courant en A

E_{mag} = énergie en J



Remarque

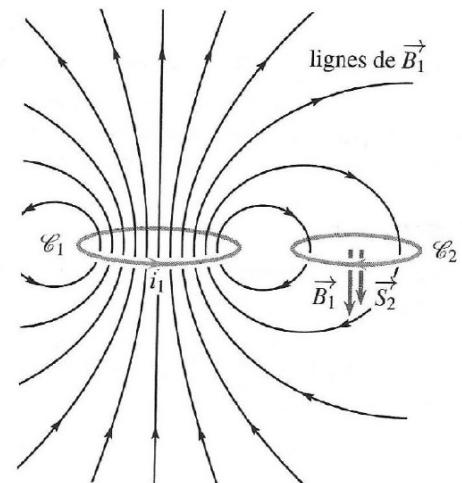
Lors de l'établissement du courant dans une branche contenant une bobine, la totalité de l'énergie fournie par le générateur ne se retrouve pas dans l'énergie thermique dissipée par la résistance : une partie est stockée par la bobine, dans le champ magnétique déployé dans l'espace (a). Lorsqu'on ouvre brutalement le circuit, une étincelle se produit au niveau de l'interrupteur : c'est la façon dont la bobine restitue l'énergie stockée, tandis que son champ magnétique propre se résorbe (b).



II.2 Inductance mutuelle

a) Définition et formule

On considère deux circuits filiformes \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 parcourus respectivement par un courant d'intensité i_1 et un courant d'intensité i_2 . Les lignes de champ du premier circuit traversent le deuxième circuit, et inversement.



— \mathcal{C}_1 crée un champ magnétique $\vec{B}_1(M, t)$ de norme proportionnelle à l'intensité $i_1(t)$ du courant qui le traverse. Le circuit \mathcal{C}_2 intercepte les lignes de champ de \vec{B}_1 . Ainsi \vec{B}_1 crée un flux $\Phi_{1 \rightarrow 2}$ à travers \mathcal{C}_2 . L'expression de ce flux est compliquée car \vec{B}_1 n'est pas nécessairement uniforme sur toute la surface du circuit \mathcal{C}_2 . Toutefois $\Phi_{1 \rightarrow 2}$ est proportionnel à la norme de \vec{B}_1 , qui elle est proportionnelle à l'intensité $i_1(t)$:

$$\Phi_{1 \rightarrow 2}(t) = M_{12} \times i_1(t)$$

— Le raisonnement est le même pour $\Phi_{2 \rightarrow 1}$: le circuit \mathcal{C}_2 parcouru par un courant $i_2(t)$ crée un champ magnétique $\vec{B}_2(M, t)$ de norme proportionnelle à l'intensité $i_2(t)$. Le circuit \mathcal{C}_1 intercepte les lignes de champ de \vec{B}_2 . Ainsi \vec{B}_2 crée un flux $\Phi_{2 \rightarrow 1}$ à travers \mathcal{C}_1 , proportionnel à la norme de \vec{B}_2 , qui elle est proportionnelle à l'intensité $i_2(t)$:

$$\Phi_{2 \rightarrow 1}(t) = M_{21} \times i_2(t)$$



Théorème de Neumann (admis)

Les deux coefficients de proportionnalité entre $\Phi_{1 \rightarrow 2}$ et i_1 et entre $\Phi_{2 \rightarrow 1}$ et i_2 sont identiques, leur valeur commune est appelée **inductance mutuelle** .

 **Définition**

Inductance mutuelle entre deux circuits : Pour deux circuits \mathcal{C}_1 , traversé par $i_1(t)$, et \mathcal{C}_2 , traversé par $i_2(t)$, en interaction :

— Le flux du champ \vec{B}_1 créé par \mathcal{C}_1 à travers le circuit \mathcal{C}_2 est proportionnel à i_1 :

$$\Phi_{1 \rightarrow 2}(t) = M \times i_1(t)$$

— Le flux du champ \vec{B}_2 créé par \mathcal{C}_2 à travers le circuit \mathcal{C}_1 est proportionnel à i_2 :

$$\Phi_{2 \rightarrow 1}(t) = M \times i_2(t)$$

avec $M =$ inductance mutuelle entre les deux circuits \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 , en henry H

**Remarques**

- M dépend de la géométrie des deux circuits et de leur position relative.
- M peut être positif ou négatif, car son signe est lié aux orientations des deux circuits qui sont indépendantes.

 **Démonstration :**

On cherche à établir l'expression de l'inductance mutuelle M entre deux bobines de même axe de grande longueur en « influence totale ».

On considère pour cela une bobine longue de longueur ℓ et de section S_1 , constituée de N_1 spires, parcourue par un courant d'intensité i_1 , et une deuxième bobine située à l'intérieur de la première, de même longueur ℓ et de section S_2 , constituée de N_2 spires, parcourue par un courant d'intensité i_2 . Les deux bobines sont de mêmes axes et orientées dans le même sens.

Q1. Faire un schéma et rappeler l'expression du champ créé par chacune des deux bobines longues.

Q2. Exprimer les flux $\Phi_{1 \rightarrow 2}$ et $\Phi_{2 \rightarrow 1}$ et en déduire l'expression de l'inductance mutuelle.

Q3. On change l'orientation de la deuxième bobine, quelle en est la conséquence ?

Q4. Dans le cas de deux bobines en influence totale, c'est-à-dire si toutes les lignes du champ magnétique créé par une bobine passent à travers l'autre bobine. Pour cela, les deux bobines doivent être de même longueur ℓ et de même section S . Quel lien a-t-on entre L_1 , L_2 et M ?

b) Schémas électriques et équations couplées

★ Méthode

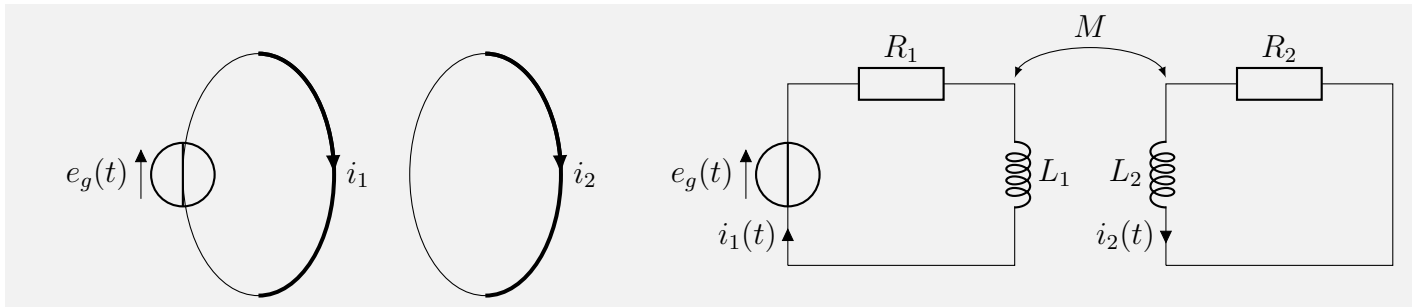
Comment établir le système d'équations en régime sinusoïdal forcé en s'appuyant sur des schémas électriques équivalents ?

- ① Orienter les deux circuits.
- ② Utiliser les définitions des coefficients d'auto-inductance et d'inductance mutuelle pour exprimer les flux totaux à travers chaque circuit : $\Phi_1 = \Phi_{1P} + \Phi_{2 \rightarrow 1}$ et $\Phi_2 = \Phi_{2P} + \Phi_{1 \rightarrow 2}$.
- ③ Utiliser la loi de Faraday pour exprimer les fem induites dans chaque circuit.
- ④ Représenter le circuit électrique équivalent faisant intervenir les fem induites, en utilisant la convention générateur.
- ⑤ Appliquer la loi des mailles dans chaque circuit pour obtenir le système d'équations couplées.

Application directe :

On considère l'ensemble des deux circuits couplés par mutuelle induction, on notera M le coefficient d'inductance mutuelle des deux circuits.

Le circuit 1, d'inductance propre L_1 et de résistance R_1 est alimenté par un générateur qui impose une tension sinusoïdale $e_g(t) = E \cos(\omega t)$. Le circuit 2 est d'inductance propre L_2 et de résistance R_2 .



- Q1. Comment peut-il exister un courant dans le deuxième circuit en l'absence de générateur dedans ?
- Q2. Exprimer le flux traversant chacun des deux circuits, en fonction des inductances propres et de l'inductance mutuelle.
- Q3. Exprimer la fem induite dans chacun des deux circuits.
- Q4. Représenter le circuit électrique équivalent faisant intervenir ces fem induites.
- Q5. Établir les deux équations différentielles couplées vérifiées par i_1 et i_2 .

Q6. Établir en régime sinusoïdal forcé à la pulsation ω , les équations couplées vérifiées par les amplitudes complexes $\underline{I}_{1m}(\omega)$ et $\underline{I}_{2m}(\omega)$.

Q7. En déduire \underline{I}_{2m} en fonction de \underline{I}_{1m} , puis E en fonction de \underline{I}_{1m} .

c) Aspects énergétiques

★ Méthode : Bilans de puissance et d'énergie

Pour faire un bilan de puissance pour des circuits couplés par inductance mutuelle :

- ① Écrire la loi des mailles pour chacun des deux circuits.
- ② Multiplier chaque loi des mailles par l'intensité du courant qui circule dans le circuit concerné.
- ③ Sommer les deux équations ainsi obtenues.
- ③ Interpréter.

Pour faire un bilan d'énergie pour des circuits couplés par inductance mutuelle :

- ④ Multiplier le bilan de puissance par dt .
- ⑤ Puis intégrer sur la durée souhaitée.

Démonstration :

On considère les deux circuits couplés par inductance mutuelle étudié précédemment.

Q1. Suivre la méthode précédente pour établir le bilan de puissance du système siège d'un phénomène d'induction mutuelle.

Interpréter les différents termes : puissance fournie par le générateur de tension, puissance dissipée par effet Joule et puissance magnétique reçue par le système que l'on reliera à l'énergie magnétique stockée par le système.

Q2. En déduire le bilan d'énergie sur une durée τ .

Q3. Si les signaux sont périodiques de période T , que peut-on dire du bilan d'énergie sur une période ?

II.3 Applications

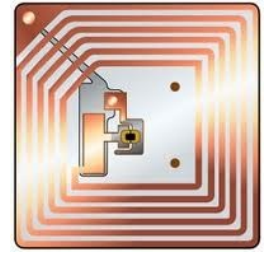
Transformateurs : Un transformateur est un dispositif qui permet de modifier l'amplitude (ou la valeur efficace) de tensions et de courants alternatifs. → étude en exercice de TD

- ✓ Élévation de tension (lignes à haute tension) : Quel que soit le type de centrale (nucléaire, hydraulique, à charbon, ...), une turbine entraîne un alternateur qui convertit une puissance mécanique (arbre en rotation avec un certain couple disponible) en une puissance électrique. Cette puissance électrique est obtenue sous la forme d'une ou de plusieurs tension(s) alternative(s), de l'ordre de 20 kV. Pour acheminer cette puissance électrique au niveau des agglomérations, on utilise des transformateurs éleveurs de tension, qui élèvent la valeur efficace d'un facteur d'environ 20, le transport se faisant sous 400 kV ou 800 kV pour diminuer les pertes par effet Joule dans les lignes de transport.
- ✓ Abaissement de tension (alimentation des appareils domestiques). À l'approche des agglomérations, des transformateurs abaissent la tension, pour finalement délivrer la tension usuelle de 230 V efficace. Un grand nombre d'appareils électriques usuels (ordinateur, téléphone portable, ...) nécessite une tension d'alimentation de l'ordre de quelques dizaines de volts. La tension du secteur est donc rarement adaptée au fonctionnement des appareils. Un premier étage de l'alimentation comprend donc un transformateur abaisseur de tension, avec un rapport de nombre de spires entre le secondaire et le primaire de l'ordre de 1/20 à 1/100. Les appareils fonctionnant sur batterie nécessitent une tension continue, après le transformateur, un redresseur permet de délivrer une tension continue à partir d'une tension sinusoïdale (en sortie du transformateur).

Puces RFID : radioidentification

C'est une méthode permettant la transmission à distance d'informations placées sur de petits marqueurs (étiquettes adhésives, puces sans contact, étiquettes antivols, ...).

Lorsque l'étiquette passe près d'un lecteur, qui est un système actif fournissant un champ magnétique, un courant circule dans le circuit et permet d'alimenter une petite antenne qui peut alors envoyer l'information contenue dans la puce. Utilisations de puces RFID : Antivols, forfaits de ski, badges de télépéage ...



Détecteurs de métaux : Une bobine crée un champ magnétique et, si un morceau de métal se trouve à proximité, il se crée en son sein un courant. Ce courant crée lui-même un champ magnétique détecté via la fem qui apparaît dans la bobine du détecteur.

Boucle magnétique : Elle se trouve généralement aux feux rouges, ou devant des barrières de parking souterrain. Il s'agit d'une spire conductrice située dans le sol. Quand un véhicule s'arrête sur la boucle, il crée par couplage un courant induit dans la boucle magnétique qui peut ainsi détecter la présence du véhicule.

Rechargement par induction : Pour les brosses à dent, ou plus récemment les téléphones portables, on peut transmettre sans contact l'énergie électrique d'un générateur vers le système à recharger. Chacun est muni d'une bobine.

III Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire

III.1 Méthode

★ Méthode : Phénomène d'induction dans un circuit mobile

Pour étudier un phénomène d'induction dans un circuit mobile :

- ① **Analyser physiquement** « ce qui se passe » : d'où vient l'induction ? quelles en sont les causes ? les conséquences ? Utiliser, notamment, la loi de Lenz.
- ② **Établir l'équation électrique (EE)** :
 - Orienter le circuit (choix du sens de la flèche de i).
 - Calculer le flux du champ magnétique, en respectant l'orientation choisie.
 - Exprimer la fem induite e ($e = e_p + e_{\text{ext}}$) à l'aide de la loi de Faraday.
 - Représenter le schéma électrique équivalent, constitué des éléments réellement présents dedans (résistance, GBF, condensateur) auxquels on ajoute la fem induite en convention générateur par rapport à i .
 - Établir l'équation électrique en utilisant les lois des mailles, des nœuds ...

★ Méthode (suite)

③ Établir l'équation mécanique (EM) :

- Exprimer les actions mécaniques de Laplace en respectant l'orientation choisie :
 - pour une tige en translation : la résultante des forces de Laplace ;
 - pour une spire rotation : le moment résultant de Laplace.
- Appliquer :
 - pour un mouvement de translation : le PFD ;
 - pour un mouvement de rotation : le TMC par rapport à l'axe de rotation.

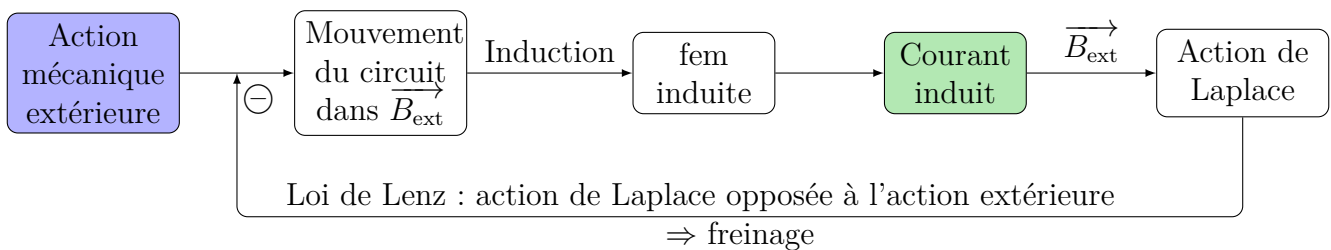
④ Effectuer le bilan énergétique :

- Multiplier (EE) par i .
- Multiplier (EM) :
 - si c'est un mouvement de translation, multiplier EM (obtenue à partir du PFD) par \vec{v} (produit scalaire) ;
 - si c'est un mouvement de rotation, multiplier EM (obtenue à partir du TMC) par ω .
- Sommer les deux en éliminant le terme de couplage en vi , en notant que la somme de la puissance des forces de Laplace et de la puissance de la force électromotrice est nulle : $\mathcal{P}_{\text{Laplace}} + \mathcal{P}_{\text{fem}} = 0$.

III.2 Conversion de puissance mécanique en puissance électrique

♥ Schéma de principe

Analyse qualitative lors d'une conversion mécanique \rightarrow électrique



a) Rails de Laplace générateurs

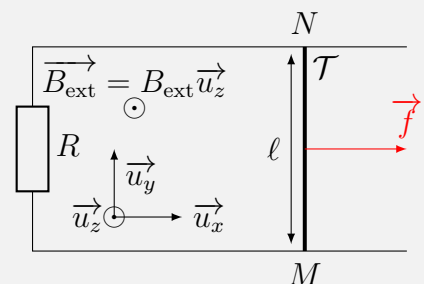
🔪 Démonstration :

On considère le dispositif des rails de Laplace, dans lequel une tige de masse m , de longueur ℓ , conductrice, glisse sans frottement sur deux rails conducteurs, à la vitesse $\vec{v} = v\vec{u}_x$.

Elle est tirée par une force $\vec{f} = f\vec{u}_x$ constante. La tige \mathcal{T} reste toujours parallèle à \vec{u}_y lors de son mouvement.

L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B} = B\vec{u}_z$, orthogonal au plan des rails.

La résistance de l'ensemble est notée R , supposée constante au cours du déplacement de la tige.



Suivre les étapes ci-dessous pour établir le bilan de puissance lors du déplacement du rail.

Analyse physique qualitative

Q1. Que se passe-t-il lorsque la tige est mise en mouvement par la force \vec{f} ? Analyser qualitativement ce qu'il se passe.

Équation électrique

Q2. Orienter le circuit.

Q3. Déterminer l'expression de la fem induite. On négligera l'auto-induction.

Q4. Représenter le circuit équivalent et en déduire l'expression de l'intensité du courant induit.

Équation mécanique

Q5. Déterminer l'expression de la force de Laplace.

Q6. Établir l'équation mécanique.

Résolution

On obtient alors un système de deux équations différentielles couplées à deux inconnues $\dot{x}(t)$ et $i(t)$.

Q7. En combinant les deux équations précédentes, établir l'équation différentielle vérifiée par $\dot{x}(t)$.

Q8. La résoudre. Commenter.

Q9. En déduire l'évolution de la vitesse l'intensité du courant. Commenter.

Bilan énergétique

Q10. Établir le bilan de puissance suivant : $f\dot{x} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}m\dot{x}^2 \right) + Ri^2$.

Q11. L'interpréter.

Q12. Comparer la puissance de la force de Laplace et la puissance électrique de la fem induite.

♥ Synthèse : Transduction mécano-électrique

Pour un circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire, la somme de la puissance de Laplace (reçue par le circuit) et de celle de la fem induite (fornie par le circuit) est nulle :

$$\mathcal{P}_{\text{Laplace}} + \mathcal{P}_{\text{fem}} = 0$$

Il y a conversion d'énergie mécanique en énergie électrique.



Remarque

Il y a réversibilité des échanges : lorsqu'un moteur électrique est alimenté par un générateur, le moteur absorbe de la puissance électrique et cède de la puissance mécanique.

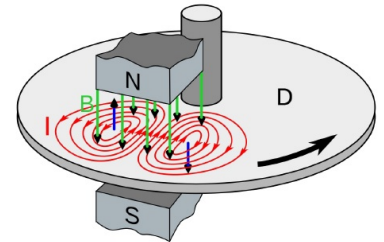
b) Applications

▶ Vidéo sur les applications de l'induction

Courants de Foucault : Quand le conducteur en mouvement n'est pas filiforme, mais formé d'un bloc métallique, les phénomènes physiques restent les mêmes. Les courants qui apparaissent dans le matériau conducteur en mouvement génèrent des forces de Laplace, qui tendent à s'opposer au mouvement, et donc provoquent un freinage. C'est le principe des ralentisseurs par induction, qui équipent les véhicules lourds (camions, TGV...).

Par exemple, quand on applique un champ magnétique à une roue de camion, constituée d'un bloc métallique massif :

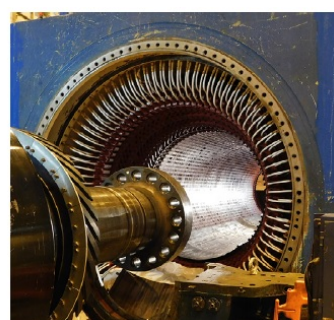
- La roue devient un circuit mobile dans un champ stationnaire et des fem sont induites.
- La roue étant conductrice, des courants sont induits. Ces courants, répartis dans tout le volume du conducteur, sont nommés courants de Foucault.
- Les courants de Foucault créent avec le champ magnétique des efforts de Laplace qui s'opposent au mouvement de la roue (loi de Lenz) : la roue est freinée.



▶ Expérience de freinage par courants de Foucault

Alternateur : Un alternateur sert à convertir une puissance mécanique en une puissance électrique. Ce dispositif est par exemple utilisé :

- dans les dynamos de vélos : une roue entraîne en rotation l'alternateur qui alimente des ampoules ou une batterie (photo de gauche) ;
- dans un moteur de voiture pour recharger la batterie (photo centrale) ;
- dans les centrales électriques, où l'alternateur est entraîné par une turbine elle-même mise en rotation par de la vapeur d'eau → centrales thermiques ou nucléaires, ou de l'eau liquide → centrales hydrauliques (photo de droite).



L'**alternateur** est constitué

- d'un **stator** fixe par rapport au référentiel d'étude
- et d'un **rotor** en rotation autour d'un axe fixe par rapport au stator.

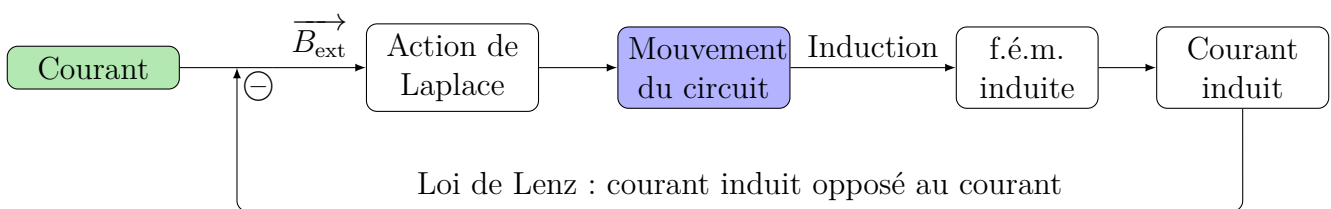
On peut expliquer le fonctionnement de l'alternateur en modélisant le rotor par une bobine plate de spires rectangulaires, conductrice de résistance r_L et d'inductance propre L , en rotation autour d'un axe fixe dans le référentiel terrestre, qui est un des axes de symétrie de la spire et qui passe par les deux milieux de côtés opposés. → TD

III.3 Conversion de puissance électrique en puissance mécanique

L'objet de cette partie est l'étude de dispositifs électromécaniques dans lesquels un courant électrique (puissance électrique) est converti via un phénomène d'induction en un déplacement (puissance mécanique).

♥ Schéma de principe

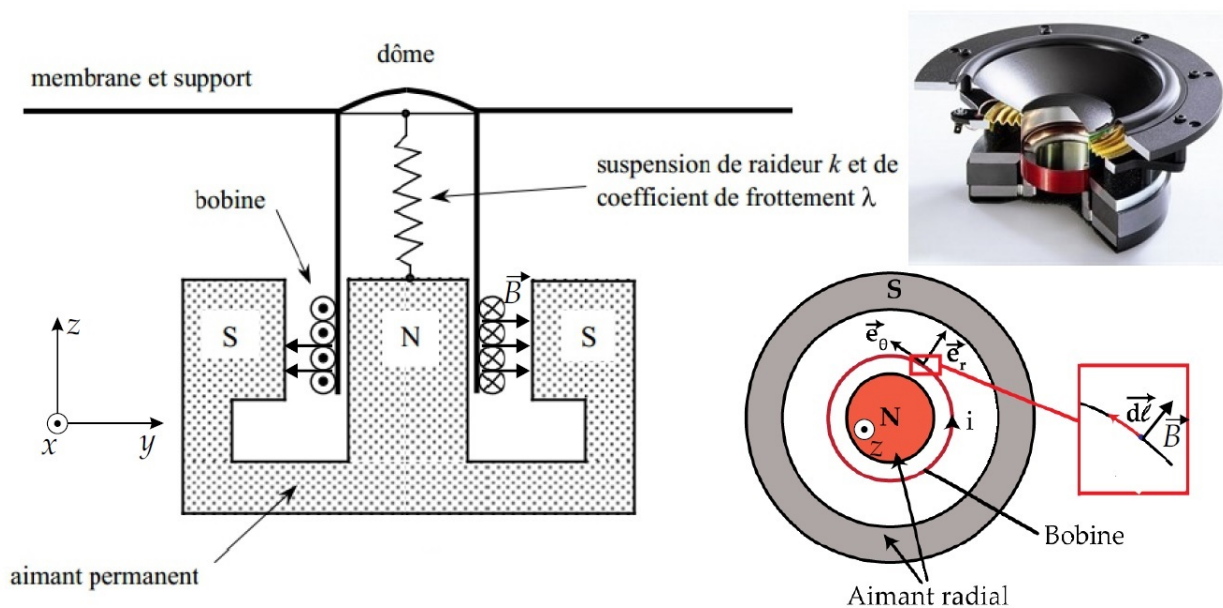
Analyse qualitative lors d'une conversion électrique → mécanique



a) Haut-parleur électrodynamique

Un haut-parleur est un appareil électromécanique qui convertit un signal électrique en signal sonore. La production du son est obtenue par le déplacement d'une membrane dans l'air.

Un aimant permanent crée un champ magnétique permanent dans lequel se déplace l'équipage mobile constitué d'une bobine et relié à la membrane par un ressort.



🔪 Application directe :

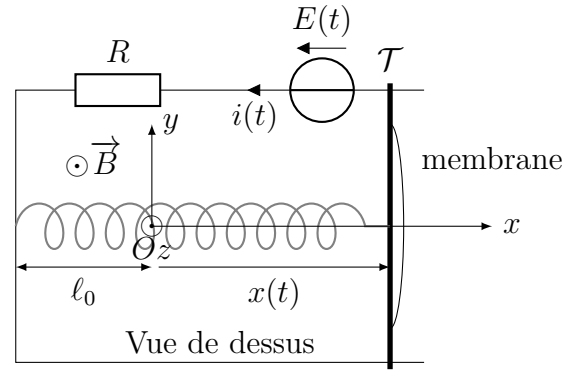
Pour simplifier l'étude électrodynamique de ce haut-parleur, nous allons étudier le fonctionnement dans la géométrie simplifiée des rails de Laplace, en suivant les étapes ci-dessous.

Dans ce modèle, la membrane est solidaire de la tige \mathcal{T} , de longueur a .

L'équipage mobile, constitué de \mathcal{T} et de la membrane est de masse totale m .

La tige \mathcal{T} est reliée au bâti par l'intermédiaire d'un ressort de constante de raideur k .

L'origine de l'axe x est située à la position d'équilibre du ressort.



Pour tenir compte de la perte d'énergie au niveau de la membrane liée à l'émission de l'onde sonore on ajoute une force de frottement fluide : $\vec{f}_f = -\alpha \vec{v}$, avec $\vec{v} = \dot{x} \vec{u}_x$.

Le générateur de tension $E(t)$ délivre le signal électrique à transformer en signal sonore. On note R la résistance totale du circuit et L l'inductance propre du circuit.

Q1. Analyser physiquement ce qu'il va se passer.

Q2. Quel système utilise la conversion inverse ?

Équation électrique

Q3. Établir l'expression de la fem induite e .

Q4. Faire le schéma électrique équivalent.

Q5. Établir l'équation électrique (EE).

Équation mécanique

Q6. Établir l'expression de la force de Laplace s'exerçant sur la tige.

Q7. Établir l'équation différentielle reliant \dot{x} , $\frac{dx}{dt}$, x , i et les différents paramètres (EM).

On obtient alors un système de deux équations différentielles couplées à deux inconnues $\dot{x}(t)$ et $i(t)$.

Régime sinusoïdal forcé

La tension appliquée au haut-parleur est supposée sinusoïdale.

Q8. En quoi l'étude en régime sinusoïdal forcé est-elle intéressante ?

Q9. En utilisant la notation complexe, déterminer l'expression de l'impédance $\underline{Z} = \frac{E}{i}$.

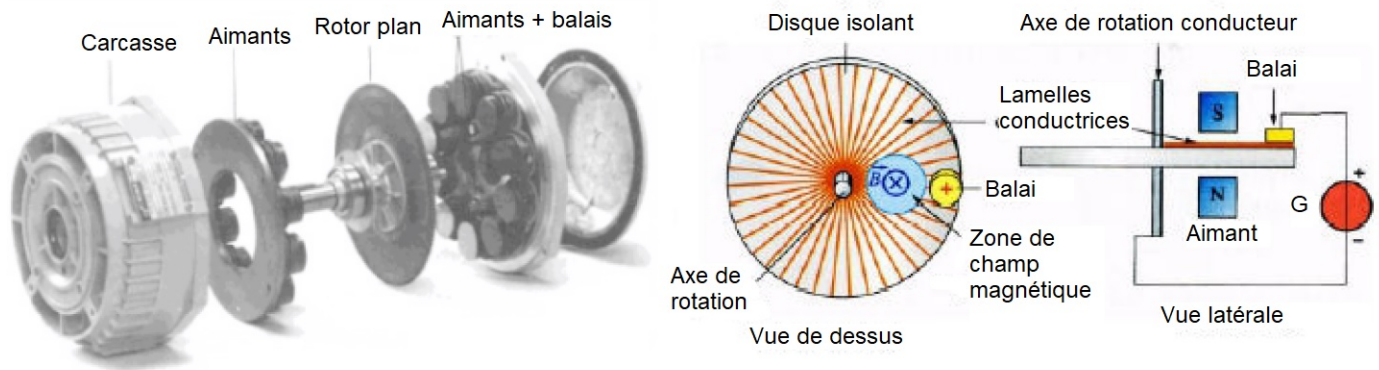
Q10. La mettre sous la forme de la somme de deux impédances en série, l'une ne faisant intervenir que des termes relatifs au circuit électrique et l'autre qui ne dépend que des caractéristiques mécaniques. Proposer le circuit électrique équivalent et les expressions des différentes impédances qu'il contient.

Bilan énergétique

Q11. Effectuer le bilan énergétique et l'écrire sous la forme : $Ei = \frac{dE_m}{dt} + \alpha \dot{x}^2 + Ri^2 + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2 \right)$.
Interpréter les différents termes.

Q12. Comparer la puissance des forces de Laplace et la puissance électrique de la fem induite par le déplacement. Commenter.

b) Machine à courant continu



Ce type de moteur est un descendant de la « roue de Barlow » qui fut le premier moteur électrique (1822). Dans la pratique, le développement des moteurs à entrefer plan a été longtemps freiné par manque de structures permettant de créer un champ magnétique intense et du fait des difficultés d'évacuation des pertes Joules.

À l'heure actuelle, il est possible de créer des champs magnétiques intenses à l'aide d'aimants permanents (pas de pertes joules dues à l'excitation) et des bobinages en circuits imprimés.

Principe du moteur :

C'est un moteur à courant continu dont le rotor est un disque mince portant un bobinage lamellaire formé de conducteurs libres (sans fer) et rectilignes et dont le stator est pourvu d'aimants permanents, permettant la production d'un champ magnétique intense. Le courant est amené par une ou plusieurs paires de balais frottant directement sur le bobinage.

Avantages et inconvénients de ce type de structures : moteur court et léger

- Pas de bobinage d'excitation : pas de pertes joules inducteur
- pas de fer au rotor :
 - inductance faible \Rightarrow très faible réaction d'induit (constante de temps électrique faible) : très bonne commutation entre les deux sens de rotation
 - très faible moment d'inertie (faible masse du rotor) \Rightarrow constante de temps mécanique très faible et très large gamme de vitesse (1 à 3000 tr/min)
- MAIS inertie thermique faible qui ne permet pas au moteur de tolérer des surcharges trop longues : l'énergie fournie est limitée à 1kWh.

Utilisations : pour les commandes à inversions rapides, comme les essuie-glaces ; et les dispositifs à faible coût comme les ventilateurs, climatiseurs...