TH3 - TD

Données : Entropies molaires

Pour une phase condensée :

$$S_m(T) = C_m \ln\left(\frac{T}{T_{\text{ref}}}\right) + S_{m,\text{ref}}$$

avec C_m = capacité thermique molaire, supposée constante (indépendante de la température)

Pour un gaz parfait :

— En fonction des variables T et V : $S_m(T,V) = \underbrace{\frac{R}{\gamma-1}}_{=C_{V,m}} \ln\left(\frac{T}{T_{\text{ref}}}\right) + R\ln\left(\frac{V}{V_{\text{ref}}}\right) + S_{m,\text{ref}}$

— En fonction des variables T et P : $S_m(T,P) = \underbrace{\frac{R\gamma}{\gamma-1}}_{=C_{P,m}} \ln\left(\frac{T}{T_{\text{ref}}}\right) - R\ln\left(\frac{P}{P_{\text{ref}}}\right) + S_{m,\text{ref}}$

— En fonction des variables P et V : $S_m(P,V) = \underbrace{\frac{R}{\gamma-1}}_{=C_{V,m}} \ln\left(\frac{P}{P_{\text{ref}}}\right) + \frac{R\gamma}{\gamma-1}\ln\left(\frac{V}{V_{\text{ref}}}\right) + S_{m,\text{ref}}$

avec $C_{V,m}$ et $C_{P,m}$ = capacités thermiques molaires à volume constant et à pression constante (supposées constantes, indépendantes de la température)

Exercices d'application directe du cours

Exercice n°1 Thermalisation entre deux corps

Deux corps solides identiques, de capacité thermique C, sont initialement à des températures différentes T_1 et T_2. On les met en contact de telle manière qu'un échange thermique isobare ait lieu entre eux, l'ensemble étant isolé de l'extérieur.

Q1. Quelle est la température finale de chaque corps ?

Q2. Exprimer la variation d'entropie de chacun puis de l'ensemble.

Q3. Commenter son signe.

On suppose que T_1 et T_2 sont très proches l'une de l'autre : $T_2 = T_1(1+\varepsilon)$, avec $\varepsilon \ll 1$.

Q4. Exprimer la variation d'entropie de l'ensemble. En comparant ΔS et ΔT, montrer que la transformation tend vers une évolution réversible.

Exercice n°2 Équilibre d'une enceinte à deux compartiments

Une enceinte indéformable aux parois calorifugées est séparée en deux compartiments par une cloison d'aire S étanche, diatherme et mobile sans frottement. Les deux compartiments contiennent un même gaz parfait. Dans l'état initial, la cloison est maintenue au milieu de l'enceinte.
Le gaz du compartiment 1 est dans l'état (T_0, P_0, V_0) et le gaz du compartiment 2 dans l'état $(T_0, 2P_0, V_0)$.
On laisse alors la cloison bouger librement jusqu'à ce que le système atteigne un état d'équilibre.

Q1. Que peut-on dire des pressions et des températures à l'état d'équilibre final ? Déterminer les volumes V_1 et V_2 des deux enceintes à l'état d'équilibre final.

Q2. Par application du premier principe, déterminer les températures et pressions finales.

Q3. Réaliser un bilan d'entropie sur le système complet. On exprimera toutes les grandeurs en fonction de P_0, V_0 et T_0. Commenter.

Exercices ★

Exercice n°3 Bilan d'entropie et effet Joule

Un conducteur ohmique de résistance $R = 20{,}0\,\Omega$, de masse $m_c = 200\,\mathrm{g}$, parcouru par un courant d'intensité constante $I = 10{,}0\,\mathrm{A}$, est plongé dans une masse $m_e = 500\,\mathrm{g}$ d'eau pendant un intervalle de temps $\Delta t = 30{,}0\,\mathrm{s}$. On note Σ le système constitué par la réunion de l'eau et du conducteur ohmique. La température de l'ensemble est maintenue constante à $T_0 = 290\,\mathrm{K}$ par contact avec un thermostat.

Q1. Calculer la variation d'entropie de Σ ainsi que l'entropie créée. Quelle est la cause physique de l'irréversibilité ?

Partant d'une température $T_0 = 290\,\mathrm{K}$, on plonge le système Σ dans un calorimètre aux parois athermanes, et de capacité calorifique négligeable.

Q2. Calculer la température finale du système Σ au bout de la même durée.

Q3. Calculer la variation d'entropie de Σ ainsi que l'entropie créée. Commenter.

Données :

— capacité thermique massique du conducteur $c_c = 0{,}385\,\mathrm{kJ\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}$

— capacité thermique massique de l'eau liquide $c_e = 4{,}18\,\mathrm{kJ\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}$

Exercice n°4 Détente de Joule-Gay-Lussac

Un gaz parfait, initialement dans l'état (P_1, T_1, V_1), subit une détente dans le vide (ou détente de Joule-Gay-Lussac) jusqu'à un volume $V_1(1+x)$.

Q1. Déterminer la température du gaz lorsqu'il a atteint son nouvel état d'équilibre.

Q2. Exprimer la création d'entropie due à la transformation en fonction des variables d'état du gaz dans l'état initial et de x.

Q3. Donner l'expression de cette quantité lorsque x tend vers zéro. Interpréter ce résultat du point de vue de l'irréversibilité de la transformation.

Exercices ★ ★

Exercice n°5 Entrée d'air dans une bouteille

Une bouteille rigide de volume V_1 possède des parois calorifugées, et elle est fermée par un bouchon également calorifugé ; elle est initialement vide. L'air qui l'environne est à la pression P_0 et à la température T_0 ; on le considère comme un gaz parfait de coefficient γ constant. On enlève le bouchon et la bouteille se remplit très rapidement d'air ; dès que l'air n'entre plus on referme la bouteille. On notera V_0 le volume occupé initialement par l'air qui est entré dans la bouteille.

Q1. Représenter sur un schéma l'état initial, un état intermédiaire et l'état final, en précisant bien le système étudié.

Q2. Pourquoi peut-on considérer la transformation comme adiabatique ? Déterminer alors l'état final de l'air dans la bouteille, notamment sa température finale T_1.

Q3. Déterminer l'entropie crée, et préciser la cause de cette création d'entropie.

Exercice n°6 Transformations monothermes d'un gaz parfait

Un cylindre vertical de section S est fermé par un piston horizontal de masse négligeable, mobile sans frottements. Une masse m d'air (considéré comme un gaz parfait de rapport $\gamma = \dfrac{C_{P,\mathrm{m}}}{C_{V,\mathrm{m}}}$ constant) est enfermé dans le cylindre avec les conditions initiales T_1 et P_1. La pression du milieu extérieur ambiant, P_A, est constante égale à $1 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$. On ne tient pas compte des variations d'énergie cinétique macroscopique et d'énergie potentielle extérieure. Les parois du cylindre sont diathermanes, l'ensemble du dispositif se trouve dans un milieu extérieur de température constante égale à $T_A = 300\,\mathrm{K}$
Données : $m = 7{,}25\,\mathrm{g}$; $M = 29\,\mathrm{g{\cdot}mol^{-1}}$; $T = 300\,\mathrm{K}$; $P_1 = P_A$; $\gamma = 1{,}4$; $S = 100\,\mathrm{cm^2}$; $R = 8{,}314\,\mathrm{J{\cdot}K^{-1}{\cdot}mol^{-1}}$

Q1. On applique brutalement un effort $F = 1000\,\mathrm{N}$ sur le piston. On admet que des phénomènes dissipatifs internes au gae contenu dans le cylindre permettent au piston de se stabiliser.
Soient P_2 et V_2 les nouveaux paramètres de pression et de volume du gaz lorsque l'équilibre thermique est atteint. Calculer le taux de compression $\tau = \dfrac{P_2}{P_1}$, V_2 et h_2.

Q2. Calculer le travail W reçu par l'air contenu dans le cylindre au cours de l'évolution.

Q3. Calculer la variation d'entropie de l'air contenu dans le cylindre.

Q4. Calculer l'entropie échangée et l'entropie créée.

Q5. On applique maintenant très lentement l'effort F jusqu'à atteindre la pression P_2. Calculer dans ces conditions le travail W' reçu par l'air.

Q6. Comparer W et $(W' + T_A S_{\text{créée}})$. Donner une interprétation physique du résultat.